

1. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой — 5 камней; такую позицию в игре будем обозначать $(10, 5)$. Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: $(11, 5), (20, 5), (10, 6), (10, 10)$. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 77. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 77 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было семь камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 69$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

2. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч один камень или увеличить количество камней в куче в четыре раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой — 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9), (24, 9), (6, 10), (6, 36)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 82. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 82 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 4 камня, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 77$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

3. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить один камень в одну из куч и два камня в другую** или же **увеличить количество камней в любой куче** в два раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой — 8 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 8). За один ход из позиции (6, 8) можно получить любую из четырёх позиций: (7, 10), (8, 9), (12, 8), (6, 16). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 41. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 41 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 8 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 32$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

4. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч один камень, увеличить количество камней в первой куче в два раза** или **увеличить количество камней во второй куче в три раза**. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой — 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (7, 9), (12, 9), (6, 10), (6, 27). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 69 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 58$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

5. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **убрать из одной из куч один камень** или **уменьшить количество камней в куче в два раза** (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень меньше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой — 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 4)$.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 20. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получившим позицию, в которой в кучах будет 20 или меньше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче — S камней, $S > 10$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите максимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

6. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или
увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой — 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(6, 9)$. За один ход из позиции $(6, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(7, 9), (12, 9), (6, 10), (6, 18)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 74. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получившим позицию, в которой в кучах будет 74 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 12 камней, во второй куче — S камней, $1 \leq S \leq 61$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

7. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) **один** камень или увеличить количество камней в куче в **три раза**. Например, пусть в одной куче 10 камней, а в другой — 7 камней; такую позицию в игре будем обозначать (10, 7). Тогда за один ход можно получить любую из четырёх позиций: (11, 7), (30, 7), (10, 8), (10, 21). Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 68. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 68 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было шесть камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 61$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

8. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Например, пусть в одной куче 7 камней, а в другой — 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (7, 9). За один ход из позиции (7, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (8, 9), (21, 9), (7, 10), (7, 27). Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 49. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 49 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 5 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 43$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

9. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или **добавить столько камней, сколько их в данный момент в другой куче**. Например, пусть в одной куче 5 камней, а в другой — 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(5, 9)$. За один ход из позиции $(5, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(6, 9), (14, 9), (5, 10), (5, 14)$. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 75 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 7 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 67$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите такое значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

10. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. Например, пусть в одной куче 5 камней, а в другой — 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(5, 9)$. За один ход из позиции $(5, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(6, 9), (10, 9), (5, 10), (5, 18)$.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 77. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 77 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 8 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 68$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите максимальное значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть при любой игре Пети.

11. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Например, пусть в одной куче 5 камней, а в другой — 9 камней; такую позицию мы будем обозначать $(5, 9)$. За один ход из позиции $(5, 9)$ можно получить любую из четырёх позиций: $(6, 9), (15, 9), (5, 10), (5, 27)$.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 79. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получившим позицию, в которой в кучах будет 79 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 6 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 72$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите максимальное значение S , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть при любой игре Пети.

12. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 231. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 231 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 17 камней, во второй куче — S камней; $1 \leq S \leq 213$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника.

Найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

13. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в меньшую кучу один камень, добавить два камня** или увеличить количество камней в куче в **два раза**. Изменять количество камней в большей куче не разрешается. Пусть, например, в начале игры в первой куче 5 камней, а во второй — 8 камней, будем обозначать такую позицию (5, 8). Петя первым ходом должен добавлять камни в первую кучу, он может получить позиции (6, 8), (7, 8) и (10, 8). Если Петя получает позиции (6, 8) и (7, 8), Ваня следующим ходом тоже должен добавлять камни в первую кучу, а если Петя получает позицию (10, 8), Ваня должен добавлять камни во вторую кучу, так как теперь она стала меньшей.

Игра завершается, когда общее количество камней в двух кучах становится более 80. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший 81 или больше камней в двух кучах.

В начальный момент в первой куче было 12 камней, а во второй — S камней, $1 \leq S \leq 68$.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника.

Найдите **максимальное** из таких значений S , при которых у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

14. В игре, описанной в задании 19, в начальный момент в первой куче было 39 камней, а во второй — S камней, $1 \leq S \leq 47$.

Найдите такое значение S , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

15. Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволяет ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S , в ответе укажите наименьшее из них.

16. Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение S , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

17. Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволяет ему гарантированно выиграть первым ходом.

18. Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение S , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.