1. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 30]$ и $Q = [14, 23]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to \neg(x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

2. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25; 50]$ и $Q = [32; 47]$. Укажите наибольшую возможную длину промежутка A, для которого формула

$$(\neg (x \in A) \to (x \in P)) \to ((x \in A) \to (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

3. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 29]$ и $Q = [13, 18]$.
Укажите наибольшую возможную длину отрезка A, для которого выражение

$$((x \in A) \to (x \in P)) \lor (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

4. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [130; 171]$ и $Q = [150; 185]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, что формула

$$(x \in P) \to (((x \in Q) \land \neg(x \in A)) \to \neg(x \in P))$$

истинна при любом значении переменной x, т. е. принимает значение 1 при любом значении переменной x.

5. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [20, 50]$ и $Q = [30,65]$. Отрезок A таков, что формула

$$\neg(x \in A) \to ((x \in P) \to\neg (x \in Q))$$

истинна при любом значении переменной x. Какова наименьшая возможная длина отрезка A?

6. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [17, 40]$ и $Q = [20, 57]$. Отрезок A таков, что приведённая ниже формула истинна при любом значении переменной x:

$$\neg(x \in A) \to(((x \in P) \land (x \in Q)) \to (x \in A))$$

Какова **наименьшая** возможная длина отрезка A?

7. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10, 40]$, $Q = [5, 15]$ и $R = [35, 50]$. Какова наименьшая возможная длина промежутка A, что формула

$$((x \in A) \lor (x \in P)) \lor ((x \in Q)\to (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.

8. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [10,15]$, $Q = [10,20]$ и $R = [5,15]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A, что формулы

$$(x \in A) \to (x \in P) \text{ и}$$
$$(x \in Q) \to (x \in R)$$

тождественно равны, то есть принимают равные значения при любом значении переменной x (за исключением, возможно, конечного числа точек).

9. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [30, 45]$ и $Q = [40, 55]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A, что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной x:

$$(\neg(x \in A) \to (\neg(x \in P)))$$
$$((x \in Q)\to (x \in A))$$

10. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [22, 72]$ и $Q = [42, 102]$. Какова наименьшая возможная длина интервала A, что логическое выражение

$$\neg(\neg(x \in A) \land (x \in P)) \lor (x \in Q)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*.

11. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [3, 38]$ и $Q = [21, 57]$. Какова наибольшая возможная длина интервала *A*, что логическое выражение

$$((x \in Q) \to (x \in P)) \to \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*.

12. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [1, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Какова наибольшая возможная длина интервала *A*, что логическое выражение

$$((x \in P) \to \neg(x \in Q)) \to \neg(x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*.

13. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [10, 39]$ и $Q = [23, 58]$. Какова наименьшая возможная длина интервала *A*, что формула

$$((x \in P) \land (x \in Q)) \to ((x \in Q) \land (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*.

14. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [12, 62]$ и $Q = [32, 92]$.
Какова наименьшая возможная длина интервала *A*, что формула

$$(\neg(x \in A) \land (x \in Q)) \to (x \in P)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*.

15. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [23, 58]$ и $Q = [1, 39]$.
Какова наименьшая возможная длина интервала *A*, что формула

$$((x \in P) \lor (x \in A)) \to ((x \in Q) \lor (x \in A))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*.

16. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [17, 54]$ и $Q = [37, 83]$. Какова наименьшая возможная длина интервала *A*, что формула

$$(x \in P) \to (((x \in Q) \land \neg(x \in A)) \to \neg(x \in P))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*.

17. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [19; 84]$ и $Q = [4; 51]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка *A*, для которого формула

$$(x \in Q) \to (\neg(x \in P) \to \neg((x \in Q) \land \neg(x \in A)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*).

18. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [69; 91]$ и $Q = [77; 114]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка *A*, для которого формула

$$(x \in Q) \to (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \lor (\neg(x \in P) \to (x \in A)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*).

19. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [24; 77]$, Q $[47; 92]$ и $R = [82; 116]$.
Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка *A*, для которого формула

$$(\neg((x \in Q) \to ((x \in P) \lor (x \in R)))) \to (\neg(x \in A) \to \neg(x \in Q))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом значении переменной *x*).

20. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [15; 40]$ и $Q = [21; 63]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, для которого логическое выражение

$$(x \in P) \to (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \to \neg(x \in P))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

21. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [3; 43]$, $Q = [18; 91]$, $R = [72; 115]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, для которого логическое выражение

$$(x \in Q) \to (\neg(x \in P) \to ((\neg(x \in R) \wedge \neg(x \in A)) \to \neg(x \in Q)))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

22. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [153\,697; 780\,411]$, $Q = [275\,071; 904\,082]$, $R = [722\,050; 984\,086]$.

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, для которого логическое выражение

$$(\neg(x \in A)) \to (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to ((x \in R) \equiv (x \in Q))).$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

23. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [160\,653; 428\,792]$, $Q = [265\,386; 776\,116]$, $R = [357\,752; 897\,168]$.

Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, для которого логическое выражение

$$(\neg(x \in A)) \to (((x \in P) \equiv (x \in Q)) \to ((x \in R) \equiv (x \in Q))).$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

24. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [25; 40]$ и $Q = [11; 32]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, для которого логическое выражение

$$(x \in P) \to (((x \in Q) \wedge (x \in P)) \to (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

25. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [7; 68]$ и $Q = [23; 42]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка А, для которого логическое выражение

$$\neg(x \in A) \to (((x \in Q) \wedge (x \in P)) \to (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

26. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [264952; 356809]$, Q $[306963; 942523]$ и $R = [792550; 970061]$.

Известно, что для некоторого отрезка A логическое выражение

$$(x \in Q) \to (((x \in P) \vee (x \in R)) \to (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

Определите наименьшее возможное количество целочисленных точек, принадлежащих отрезку A.

27. На числовой прямой даны три отрезка: $P = [167242; 514210]$, Q $[403149; 718530]$ и $R = [522897; 816282]$.

Известно, что для некоторого отрезка A логическое выражение

$$(x \in Q) \to (((x \in P) \vee (x \in R)) \to (x \in A))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

Определите наименьшее возможное количество целочисленных точек, принадлежащих отрезку A.

28. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [117; 158]$ и $Q = [130; 180]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, для которого логическое выражение

$$\neg((x \in P) \to ((\neg(x \in A) \wedge (x \in Q)) \to \neg(x \in P)))$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x.

29. На числовой прямой даны два отрезка: $P = [215; 264]$ и $Q = [221; 294]$. Укажите **наименьшую** возможную длину такого отрезка A, для которого логическое выражение

$$\neg((x \in P) \to ((\neg(x \in A) \wedge (x \in Q)) \to \neg(x \in \mathrm{P})))$$

ложно (т. е. принимает значение 0) при любом значении переменной x.

30. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = 1000$ при $n \le 5$;
$F(n) = n + 3 + F(n - 2)$, если $n > 5$.

Чему равно значение выражения $3 \times F(53080) - (F(53078) + F(53076) + F(53074))$?

31. На числовой прямой даны два отрезка: $S = [212; 314]$ и $T = [287; 411]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, что логическое выражение

$$\neg (x \in A) \to ((x \in T) \equiv (x \in S))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

32. На числовой прямой даны два отрезка: $M = [257; 382]$ и $N = [361; 513]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A, что логическое выражение

$$\neg (x \in A) \to ((x \in M) \equiv (x \in N))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной x.

33. Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m»; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [120; 210]$. Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\textbf{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \to (\neg\textbf{ДЕЛ}(x, 36) \vee (x + A \le 272)))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x?

34. Обозначим через **ДЕЛ**(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m; и пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [140; 230]$. Для какого наибольшего натурального числа A формула

$$\textbf{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \to (\neg\textbf{ДЕЛ}(x, 41) \vee (x + A \le 306)))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной x?