

1. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один или четыре** камня либо увеличить количество камней в куче **в пять раз**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 75 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 68.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 68 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 67$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

2. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один или три** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 41$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

3. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один или четыре** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 48.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 48 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 47$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

4. Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу **один или четыре камня** или увеличить количество камней в куче **в пять раз**. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 69 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 68$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши;
- у Васи нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

5. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу один камень** или  
**добавить в кучу два камня** или  
**увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 41. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 41$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы следующего стратегии игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

6. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 65. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 65 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 64$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

7. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 54. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 55 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 54$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

8. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень**, или **добавить в кучу три камня**, или **увеличить количество камней в куче в два раза**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 13 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 49. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 49$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

9. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, или добавить в кучу три камня, или увеличить количество камней в куче в два раза.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 13 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 53. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 54 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 53$ . Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**10.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 56. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 56 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 55$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**11.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или четыре камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 41.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 41 камень или больше.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 40$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**12.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или пять камней или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 20 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 41$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**13.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или пять камней или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 20 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 41.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 41 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 40$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может

встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**14.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень либо увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 26.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 26 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 25$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**15.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу один камень или  
увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или из 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 53. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 54 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 53$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы следующего стратегии игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

16. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу один камень или  
увеличить количество камней в куче в четыре раза.**

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или из 40 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 64. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 65 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 64$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы следующей стратегии игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

17. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче в **три** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 38. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 37$ .

Будем говорить, что игрок имеет **выигрышную стратегию**, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

18. Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

**добавить в кучу один камень** (действие А) или  
**утроить количество камней в куче, а затем убрать из кучи 2 камня** (действие Б).

Например, имея кучу из 20 камней, за один ход можно получить кучу из 21 камня или из 58 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 39. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 40 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $2 \leq S \leq 39$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**19.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может:

**добавить в кучу один камень** (действие А) или

**утроить количество камней в куче, а затем убрать из кучи 2 камня** (действие Б).

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 28 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 30. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 31 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $2 \leq S \leq 30$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**20.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может: добавить в кучу один камень (действие А) или утроить количество камней в куче, а затем добавить ещё один камень (действие Б). Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 31 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 31. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 32 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 31$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**21.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может: добавить в кучу один камень (действие А) или утроить количество камней в куче, а затем убрать из кучи один камень (действие Б). Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 29 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 32. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 32$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**22.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень** или **увеличить количество камней в куче в шесть раз**. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 60 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 365. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 366 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 365$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**23.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу 1 камень** или **добавить в кучу 10 камней**. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 17 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 52. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 52 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 51$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**24.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или возвести количество камней в квадрат. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 49 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится 100 или более. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 100 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 < S < 99$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**25.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в пять раз. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11 или 50 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится более 200. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 201 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 200$ .

Говорят, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**26.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в **два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 29. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 29 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 28$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Для игры, описанной в задании 19, найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
  - у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.
- Если найдено несколько значений  $S$ , в ответе запишите минимальное из них.

**27.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень** или **увеличить количество камней в куче в три раза**. Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 46. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 46 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 45$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, то есть не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Найдите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**28.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень, добавить два камня** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. При этом нельзя повторять ход, который только что сделал второй игрок.

Например, если в начале игры в куче 3 камня, Петя может первым ходом получить кучу из 4, 5 или 6 камней. Если Петя получил кучу из 5 камней (добавил 2 камня), то следующим ходом Ваня может получить 6 или 10 камней. Получить 7 камней Ваня не может, так как для этого нужно добавить 2 камня, а такой ход только что сделал Петя.

Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 34. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 34 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 33$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Найдите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**29.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень, добавить два камня** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. При этом нельзя повторять ход, который этот же игрок делал на предыдущем ходу. Повторять чужие ходы и свои более старые ходы разрешается.

Например, если в начале игры в куче 3 камня, Петя может первым ходом получить кучу из 4, 5 или 6 камней. Если Петя получил кучу из 5 камней (добавил два камня), то следующим ходом Ваня может получить 6, 7 или 10 камней. Если Ваня добавил один камень и получил 6 камней, то вторым ходом Петя может получить 7 или 12 камней. Получить 8 камней Петя не может, так как для этого нужно добавить 2 камня, а Петя делал это на предыдущем ходу.

Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 21. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 21 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 20$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть третьим ходом при любой игре Вани, но у Пети нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть первым или вторым ходом.

**30.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень, добавить два камня** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. При этом не разрешается делать ход, после которого количество камней в куче будет делиться на 3.

Например, если в начале игры в куче 4 камня, Петя может первым ходом получить кучу из 5 или из 8 камней. Добавить два камня Петя не может, так как в этом случае в куче станет 6 камней, а 6 делится на 3.

Игра завершается, когда количество камней в куче становится не менее 103.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 103 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 101$ ,  $S$  не делится на 3.

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника.

Найдите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

31. В игре, описанной в задании 19, в начальный момент в первой куче было 17 камней, а во второй —  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 23$ .

Найдите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

32. Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

33. В игре, описанной в задании 19, в начальный момент в первой куче было 5 камней, а во второй —  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 40$ .

Найдите **минимальное** из таких значений  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволяла бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

34. Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений  $S$ , в ответе запишите наименьшее из них.

35. Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

36. Для игры, описанной ранее, найдите такое значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

37. Для игры, описанной ранее, найдите такое минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

38. Для игры, описанной ранее, найдите два таких значения  $S$ , при которых одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

В ответе запишите числа в порядке возрастания без пробелов и знаков препинаний.

Ответ:

**39.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 129. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу из 129 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 128$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника.

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений  $S$ , в ответе запишите минимальное из них.

**40.** Для игры, описанной в задании 19, найдите максимальное значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**41.** Для игры, описанной в задании 19, найдите **наибольшее** значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**42.** Для игры, описанной в задании 19, найдите **наименьшее** значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**43.** Для игры, описанной в задании 19, найдите **наименьшее** значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**44.** Для игры, описанной в задании 19, найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**45.** Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**46.** Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**47.** Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**48.** Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

**49.** Для игры, описанной в задании 19, найдите **минимальное** значение  $S$ , при котором у Вани есть стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, но у Вани нет стратегии, которая позволила бы ему гарантированно выиграть первым ходом.

