1. Обозначим через **ДЕЛ**(*n, m*) утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*».

Для какого наибольшего натурального числа *A* формула

$$\neg\textbf{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\textbf{ДЕЛ}(x, 6) \rightarrow \neg\textbf{ДЕЛ}(x, 4))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *x*)?

2. Обозначим через **ДЕЛ(*n*, *m*)** утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*».

Для какого наибольшего натурального числа *A* формула

$$(A < 50) \wedge (\neg\textbf{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\textbf{ДЕЛ}(x, 10) \rightarrow \neg\textbf{ДЕЛ}(x, 12)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *x*)?

3. Обозначим через **ДЕЛ(*n*, *m*)** утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*».

Для какого наибольшего натурального числа *A* формула

$$\textbf{ДЕЛ}(90, A) \wedge (\neg\textbf{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\textbf{ДЕЛ}(x, 15) \rightarrow \neg\textbf{ДЕЛ}(x, 20)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *x*)?

4. Обозначим через **ДЕЛ(*n*, *m*)** утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*».

Для какого наибольшего натурального числа *A* формула

$$\textbf{ДЕЛ}(70, A) \wedge (\textbf{ДЕЛ}(x, 28) \rightarrow (\neg\textbf{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg\textbf{ДЕЛ}(x, 21)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *x*)?

5. Обозначим через **ДЕЛ(*n*, *m*)** утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*».

Для какого наименьшего натурального числа *A* формула

$$\textbf{ДЕЛ}(A, 45) \wedge (\textbf{ДЕЛ}(750, x) \rightarrow (\neg\textbf{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg\textbf{ДЕЛ}(120, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной *x*)?

6. Обозначим через **ДЕЛ(*n*, *m*)** утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*».

Для какого наименьшего натурального числа *A* формула

$$(\textbf{ДЕЛ}(x, 3) \rightarrow \neg\textbf{ДЕЛ}(x, 5)) \vee (x + A \geq 90)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной *x*?

7. Обозначим через **ДЕЛ(*n*, *m*)** утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*».

Укажите наименьшее целое значение *A*, для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(72, x) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(120, x)) \vee (A - x > 100)$$

тождественно истинна при любом натуральном значении переменной *x*.

8. Обозначим через **ДЕЛ(*n, m*)** утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*».

Укажите **наименьшее** целое значение *A*, для которого формула

$$(\text{ДЕЛ}(144, x) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(x, y)) \vee (x + y > 100) \vee (A - x > y)$$

тождественно истинна при любых натуральных значениях переменных *x* и *y*.

9. Обозначим через **ТРЕУГ(*n, m, k*)** утверждение «существует треугольник с длинами сторон *n*, *m*, *k*».

Для какого наибольшего натурального числа *A* формула

$$\neg((\text{ТРЕУГ}(x, 11, 16) \equiv (\neg(\text{МАКС}(x, 5) > 10))) \wedge \text{ТРЕУГ}(4, \text{A}, x))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной *x*?

Примечание: МАКС(*a*, *b*) = a, если $a > b$ и МАКС(*a*, *b*) = *b*, если $a \leqslant b$.

10. Обозначим через ДЕЛ(n, m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m».

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x), если $B = [70, 90]$?

$$\textbf{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \neg(\text{ДЕЛ}(x, 27))).$$

11. Обозначим через ДЕЛ(*n*, *m*) утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*». Задан отрезок $B = [15; 30]$. Для какого наибольшего натурального числа *A* формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee (\text{ДЕЛ}(x, 23) \rightarrow \neg (\text{x} \in B))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом натуральном значении переменной *x*?

12. Обозначим через ДЕЛ(*x*, *y*) утверждение «натуральное число *x* делится без остатка на натуральное число *y*». Для какого наибольшего натурального числа *A* логическое выражение

$$(\neg\text{ДЕЛ}(x, 7) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 13)) \rightarrow (x > A - 40)$$

истинно при любом натуральном значении переменной *x*?

13. Обозначим через ДЕЛ(*n*, *m*) утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число *m*». Задан отрезок $B = [65; 85]$. Для какого наибольшего натурального числа *A* формула

$$\text{ДЕЛ}(x, A) \vee ((x \in B) \rightarrow \text{ДЕЛ}(\text{x}, 15))$$

тождественно истинна (т. е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной *x*?

14. Обозначим через ДЕЛ(*n*, *m*) утверждение «натуральное число *n* делится без остатка на натуральное число m»; пусть на числовой прямой дан отрезок $B = [70; 90]$.

Для какого наибольшего натурального числа A логическое выражение

$$\text{ДЕЛ}(\text{x}, \text{A}) \vee ((\text{x} \in \text{B}) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(\text{x}, 22))$$

истинно (т. е. принимает значение 1) при любом целом положительном значении переменной x?