

**1.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 24. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 24 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 23$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Петя Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**2.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 36 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 35$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**3.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 44. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 44 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 43$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**4.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неогра-ниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 24. Победите-лем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 24 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 23$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значе-ния  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**5.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 44. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 44 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 43$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Петя Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**6.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 40. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 40 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 39$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**7.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 36 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 35$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**8.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 32. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 32 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 31$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволяет ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**9.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 28. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 28 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 27$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**10.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или  
**два** камня или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за  
один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 39. Победите-  
лем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 39  
или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 38$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в  
любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте,  
что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значе-  
ния  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе  
Петя Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а)  
Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от  
того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию  
Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при  
любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий,  
возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева  
указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**11.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 39. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 39 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 38$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**12.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 31. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 31 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 30$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**13.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в **два** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 27. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 27 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 26$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в куче.

**14.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за  
один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 27. Победите-  
лем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 27  
или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 26$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в  
любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте,  
что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значе-  
ния  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом  
ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а)  
Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от  
того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при  
любой игре Пети, и
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий,  
возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева  
указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

**15.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за  
один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 64. Победите-  
лем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 64  
или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 63$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в  
любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом  
ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите три таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а)  
Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от  
того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиг-  
рать первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволяет  
ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стра-  
тегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде  
рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в  
позиции.

**16.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за  
один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче  
становится не менее 75. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым по-  
лучивший кучу, в которой будет 75 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 74$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в  
любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения.
- б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом  
ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.
2. Укажите три таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а)  
Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от  
того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиг-  
рать первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволит  
ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий,  
возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева  
указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**17.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за  
один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 43. Победите-  
лем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 43  
или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 42$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой  
ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения.
- б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом  
ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.
2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а)  
Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от  
того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиг-  
рать первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволяет  
ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий,  
возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева  
указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**18.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за  
один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче  
становится не менее 47. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым по-  
лучивший кучу, в которой будет 47 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 46$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в  
любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения.
- б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом  
ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.
2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а)  
Петя не может выиграть за один ход и (б) Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от  
того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиг-  
рать первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволит  
ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий,  
возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева  
указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**19.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Иг-  
ро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
пять камней или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней,  
за один ход можно получить кучу из 16, 20 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 41.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в ко-  
торой будет 41 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 40$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в  
любой ситуации, которая ему может  
встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Задание 1.

- а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте,  
что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравшие ходы.

- б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом  
ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Задание 2.

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная  
стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

Задание 3.

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при  
любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий,  
возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева  
указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**20.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или пять камней или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 20 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 41$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Задание 1.

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

Задание 2.

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

Задание 3.

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**21.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
четыре камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней,  
за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 41.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в ко-  
торой будет 41 камень или больше.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 40$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой  
ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

### Задание 1.

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте,  
что найдены все нужные значения  $S$  и укажите выигрышные ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе  
Петя Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

### Задание 2.

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновре-  
менно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

### Задание 3.

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при  
любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

**22.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Иг-  
роки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за  
один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 47. Победите-  
лем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 47  
или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 46$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой  
ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

### Задание 1.

а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход?

Укажите все такие значения.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе  
Петя Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

### Задание 2.

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём (а) Петя  
не может выиграть за один ход, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того,  
как будет ходить Ваня.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

### Задание 3.

Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть 1-м ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**23.** Две подруги, Катя и Ира, играют в следующую игру. Перед подругами лежит куча камней. Девушки ходят по очереди, первый ход делает Катя. За один ход девушка может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждой девушки, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 35. Победителем считается девушка, сделавшая последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 35 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 34$ .

Будем говорить, что девушка имеет выигрышную стратегию, если она может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию подруги — значит, описать, какой ход она должна сделать в любой ситуации, которая ей может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Катя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Катя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Кати Ира может выиграть своим первым ходом.

Опишите выигрышную стратегию Иры.

2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Кати есть выигрышная стратегия, причём (а) Катя не может выиграть за один ход и (б) Катя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ира.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Кати.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Иры есть выигрышная стратегия, позволяющая ей выиграть первым или вторым ходом при любой игре Кати, и

– у Иры нет стратегии, которая позволит ей гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Иры. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Иры (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

**24.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 35. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 35 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 34$ . Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

**Задание 1**

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2**

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3**

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

**25.** Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 48. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 48 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 47$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

**Задание 1. а)** Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вася может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Васи.

**Задание 2.** Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём (а) Паши не может выиграть за один ход и (б) Паши может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вася. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Паши.

**Задание 3.** Укажите значение  $S$ , при котором: — у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, и — у Васи нет стратегии, которая

позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Васи. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Васи (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в

**26.** Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 51. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 51 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 50$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

**Задание 1.** а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вася может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Васи.

**Задание 2.** Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём (а) Паши не может выиграть за один ход и (б) Паши может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вася. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Паши.

**Задание 3.** Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, и

— у Васи нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Васи. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Васи (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в

**27.** Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 56. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 56 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 55$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

#### Задание 1

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Павла Вася может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Васи.

#### Задание 2

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Павла есть выигрышная стратегия, причём (а) Паша не может выиграть за один ход и (б) Паша может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вася. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Павла.

#### Задание 3

Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Павла, и

– у Васи нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Васи.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Васи (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в куче.

**28.** Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 76. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 76 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 75$ .

Будем говорить, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

#### Задание 1

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрышающий ход для каждого указанного значения  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вася может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Васи.

#### Задание 2

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём (а) Паши не может выиграть за один ход и (б) Паши может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вася. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Паши.

#### Задание 3

Укажите значение  $S$ , при котором:

– у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, и

– у Васи нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Васи.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Васи (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в куче.

**29.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за  
один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть  
неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 46. Победите-  
лем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 46  
или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 45$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока – значит, описать, какой ход он должен сделать в любой  
ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте,  
что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значе-  
ния  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе  
Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите 3 таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не  
может выиграть за один ход и может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет хо-  
дить Ваня. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при  
любой игре Пети, и

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий,  
возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы).

**30.** Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Иг-  
ро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу один или  
три камня или увеличить количество

камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16,  
18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 33. Победите-  
лем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 33  
или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 32$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока – значит, описать, какой ход он должен сделать в любой  
ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте,  
что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значе-  
ния  $S$ .

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе  
Паши Вася может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Васи.

2. Укажите 3 таких значения  $S$ , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём Паши не  
может выиграть за один ход и может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет хо-  
дить Вася. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Паши.

3. Укажите хотя бы одно значение  $S$ , при котором:

— у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при  
любой игре Паши, и

— у Васи нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Васи.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Васи (в виде рисунка  
или таблицы).

**31.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу один камень**, или

**добавить в кучу два камня**, или

**увеличить количество камней в куче в два раза**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 34 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 33$ .

Говорят, что игрок имеет *выигрышную стратегию*, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания.

**Задание 1.**

а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигравший ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.**

Укажите три значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будетходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**32.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу один камень**, или

**добавить в кучу два камня**, или

**увеличить количество камней в куче в два раза**.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 29. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 30 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 29$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Выполните следующие задания.

**Задание 1.**

а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигравший ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.**

Укажите три значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будетходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**33.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один ка-  
мень, или добавить в кучу три камня, или  
увеличить количество камней в куче в два раза.

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 13 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 53. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 54 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 53$ . Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Выполните следующие задания.

**Задание 1**

- а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом?

Укажите все такие значения и выигравший ход Пети.

- б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2**

Укажите три значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будетходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**34.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу один камень**, или

**добавить в кучу три камня**, или

**увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 13 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 49. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 50 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 49$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. Выполните следующие задания.

**Задание 1**

- а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом?

Укажите все такие значения и выигравший ход Пети.

- б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2**

Укажите три значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будетходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**35.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 28.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 28 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 27$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

#### Задание 1

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравшие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

#### Задание 2

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

#### Задание 3

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

**36.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 64.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 65 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 64$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

#### Задание 1

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравшие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

### Задание 2

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

### Задание 3

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

**37.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 54. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 55 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 54$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

### Задание 1

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигрывающие ходы.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

### Задание 2

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

### Задание 3

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рисунке на рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в позиции.

**38.** Два игрока, Петя и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень, добавить в кучу четыре камня, или увеличить количество камней в куче в 2 раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 52. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 52 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 51$ .

1. При каких  $S$ : 1а) Петя выигрывает первым ходом; 1б) Валя выигрывает первым ходом?
2. Назовите два значения  $S$ , при которых Петя может выиграть своим вторым ходом.
3. Назовите одно значение  $S$ , при котором Валя выигрывает своим первым или вторым ходом.

**39.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 74. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 74 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 73$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

- Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.
1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения.  
б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.
  2. Укажите три таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём  
— Петя не может выиграть за один ход, но  
— Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого из указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть 1-м ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**40.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один или два камня или увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 65. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 65 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 64$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

- Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.
1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть в один ход? Укажите все такие значения.  
б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.
  2. Укажите три таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём  
— Петя не может выиграть за один ход, но  
— Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого из указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть 1-м ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**41.** Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может (1) добавить в кучу один камень или (2) увеличить количество камней в куче в два раза или (3) увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 30 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42. Если при этом в куче оказалось не более 72 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. Например, если в куче было 30 камней и Паша утроит количество камней в куче, то игра закончится и победителем будет Валя. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 41$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Паша может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Паши.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 37, 38, 39, 40$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

2. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 13$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

3. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 12$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**42.** Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может (1) добавить в кучу один камень или (2) увеличить количество камней в куче в два раза или (3) увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 30 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Если при этом в куче оказалось не более 60 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. Например, если в куче было 30 камней и Паша утроит количество камней в куче, то игра закончится и победителем будет Валя. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 35$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Паша может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Паши.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 31, 32, 33, 34$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

2. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 11$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

3. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 10$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

**43.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу один камень или**  
**добавить в кучу два камня или**  
**увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 37. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 37$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы следующего стратегии игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными.

Выполните следующие задания.

**Задание 1.**

а) Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом, причём у Пети есть ровно один выигравший ход.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.**

Укажите три значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигравшим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.

**44.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в кучу один камень или**  
**добавить в кучу два камня или**  
**увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, имея кучу из 10 камней, за один ход можно получить кучу из 11, 12 или 20 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 41. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 41$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы следующего стратегии игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными.

Выполните следующие задания.

**Задание 1.**

а) Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом, причём у Пети есть ровно один выигравший ход.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.**

Укажите три значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.

Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигравшим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.

**45.** Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу **один или четыре камня** или увеличить количество камней в куче **в пять раз**. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 69. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 69 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 68$ .

**Задание 1.** а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения  $S$ , и укажите выигравший ход для каждого указанного значения  $S$ . б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Павла Вася может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Васи.

**Задание 2.** Укажите 2 таких значения  $S$ , при которых у Павла есть выигрышная стратегия, причём Паша не может выиграть за один ход и может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вася. Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Павла.

**Задание 3.** Укажите хотя бы одно значение  $S$ , при котором у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Павла, и у Васи нет стратегии, которая позволяет ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Васи. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Васи (в виде рисунка или таблицы).

**46.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или  
**четыре** камня или увеличить количество камней в куче **в пять раз**. Например, имея кучу из 15 кам-  
ней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 75 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы,  
есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 70.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой  
будет 70 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 69$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в  
любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выиг-  
рышной стратегии **не следует** включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся  
для него безусловно выигрышными, т. е. не являющиеся выигрышными независимо от игры против-  
ника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

**Задание 1.**

- а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть один ход.  
б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе  
Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.**

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновре-  
менно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;  
—Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.**

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:  
—у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при  
любой игре Пети;

- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка  
или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

Дерево не должно содержать партии, невозможные при реализации выигравшим игроком своей  
выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не является верным ответом на это задание.

**47.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **четыре** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 48.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 48 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 47$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т. е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

**Задание 1.**

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть один ход.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2.**

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

—Петя не может выиграть за один ход;

—Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.**

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

—у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

—у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

Дерево не должно содержать партии, невозможные при реализации выигравшим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не является верным ответом на это задание.

**48.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игрошки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **три** камня или увеличить количество камней в куче **в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 42.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 42 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 41$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии **не следует** включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т. е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

**Задание 1.**

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть за один ход.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

### **Задание 2.**

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

### **Задание 3.**

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани.

Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче.

Дерево не должно содержать партий, невозможные при реализации выигравшим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не является верным ответом на это задание.

**49.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один или четыре** камня либо увеличить количество камней в куче **в пять раз**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 75 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 63.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 63 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 62$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся для него безусловно выигрышными, т. е. не являющиеся выигрышными независимо от игры противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Выполните следующие задания.

### **Задание 1**

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть за один ход.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

### **Задание 2**

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

### **Задание 3**

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

- у Вани нет стратегии, которая позволяет ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче. Дерево не должно содержать партий, невозможные при реализации выигравшим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не является верным ответом на это задание.

**50.** Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игро-  
ки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один или**  
**четыре** камня либо увеличить количество камней в куче **в пять раз**. Например, имея кучу из 15 кам-  
ней, за один ход можно получить кучу из 16, 19 или 75 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы,  
есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в  
куче становится не менее 68.

Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой  
будет 68 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 67$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых  
ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в  
любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выиг-  
рышной стратегии не следует включать ходы играющего по этой стратегии игрока, не являющиеся  
для него безусловно выигрышными, т. е. не являющиеся выигрышными независимо от игры против-  
ника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Выполните следующие задания.

**Задание 1**

а) Укажите все такие значения числа  $S$ , при которых Петя может выиграть за один ход.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе  
Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

**Задание 2**

Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновре-  
менно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3**

Укажите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при  
любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий,  
возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева  
указывайте, кто делает ход; в узлах — количество камней в куче. Дерево не должно содержать пар-  
тии, невозможные при реализации выигрывающим игроком своей выигрышной стратегии. Например,  
полное дерево игры не является верным ответом на это задание.