

Два игрока, Паша и Вася, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу один или три камня или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 18 или 30 камней. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 48. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 48 или больше камней. В начальный момент в куче было S камней, $1 \leq S \leq 47$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Задание 1. а) Укажите все такие значения числа S , при которых Паша может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения S , и укажите выигрышающий ход для каждого указанного значения S .

б) Укажите такое значение S , при котором Паша не может выиграть за один ход, но при любом ходе Паши Вася может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Васи.

Задание 2. Укажите два таких значения S , при которых у Паши есть выигрышная стратегия, причём (а) Паша не может выиграть за один ход и (б) Паша может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Вася. Для каждого указанного значения S опишите выигрышную стратегию Паши.

Задание 3. Укажите значение S , при котором: — у Васи есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Паши, и — у Васи нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом. Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Васи. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Васи (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в