

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить один камень в одну из куч и два камня в другую** или же **увеличить количество камней в любой куче** в два раза. Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 8 камней; такую позицию мы будем обозначать  $(6, 8)$ . За один ход из позиции  $(6, 8)$  можно получить любую из четырёх позиций:  $(7, 10)$ ,  $(8, 9)$ ,  $(12, 8)$ ,  $(6, 16)$ . Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 47. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 47 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче —  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 36$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, то есть не гарантируют выигрыш независимо от игры противника.

Выполните следующие задания.

### Задание 1.

- а) Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.
- б) Петя сделал неудачный первый ход, после которого Ваня выиграл своим первым ходом. Назовите минимальное значение  $S$ , при котором это возможно.

**Задание 2.** Укажите максимальное значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть первым ходом, но у Пети есть выигрышная стратегия, следуя которой, он может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.** Проанализируйте игру при  $S = 13$ . У кого из игроков в этом случае есть выигрышная стратегия? Опишите эту стратегию и постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии, в виде рисунка или таблицы. В узлах дерева указывайте игровые позиции. Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигрывающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.