

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. У игроков есть табличка, на которой записана пара неотрицательных чисел. Будем называть эту пару чисел позицией. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может заменить одно из чисел пары по своему выбору на сумму обоих чисел. Так, например, если перед ходом игрока была позиция  $(2, 4)$ , то после его хода будет позиция  $(6, 4)$  или  $(2, 6)$ . Игра завершается в тот момент, когда сумма чисел пары становится не менее 67. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший такую пару, что сумма ее чисел стало не менее 67.

1. Перед ходом Пети на табличке записана пара чисел  $(12, S)$ . Укажите минимальное значение  $S$  — такое, что Петя может выиграть одним своим первым ходом.

2. Для начальной позиции  $(15, 14)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Опишите выигрышную стратегию.

3. Для начальной позиции  $(2, 4)$  укажите, кто из игроков имеет выигрышную стратегию. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). В узлах дерева указывайте позиции, на рёбрах рекомендуется указывать ходы. Дерево не должно содержать партии, невозможные при реализации выигрывающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не является верным ответом на это задание.