

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **убрать из одной из куч один камень** или **уменьшить количество камней в куче в два раза** (если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень меньше, чем убирается). Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 4).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 20. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 20 или меньше камней.

В начальный момент в первой куче было 10 камней, во второй куче —  $S$  камней,  $S > 10$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е. не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Выполните следующие задания.

**Задание 1.**

Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом.

**Задание 2.**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). В узлах дерева указывайте игровые позиции. Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигрывающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.