

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

**добавить в одну из куч один камень или  
увеличить количество камней в куче в два раза.**

Например, пусть в одной куче 6 камней, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать  $(6, 9)$ . За один ход из позиции  $(6, 9)$  можно получить любую из четырёх позиций:  $(7, 9)$ ,  $(12, 9)$ ,  $(6, 10)$ ,  $(6, 18)$ . Чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 86. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 86 или больше камней.

В начальный момент в первой куче было 14 камней, во второй куче —  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 71$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника. В описание выигрышной стратегии не следует включать ходы играющего по ней игрока, которые не являются для него безусловно выигрышными, т.е. не гарантирующие выигрыш независимо от игры противника.

Выполните следующие задания.

**Задание 1.**

а) Назовите все значения  $S$ , при которых Петя может выиграть первым ходом, причём у Пети есть ровно один выигрышающий ход.

б) Назовите минимальное значение  $S$ , при котором Ваня может выиграть первым ходом в случае неудачного первого хода Пети.

**Задание 2.**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть первым ходом, но Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

**Задание 3.**

Укажите такое значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). В узлах дерева указывайте игровые позиции. Дерево не должно содержать партий, невозможных при реализации выигрышающим игроком своей выигрышной стратегии. Например, полное дерево игры не будет верным ответом на это задание.