

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче в **три** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 38. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 38 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 37$ .

Будем говорить, что игрок имеет **выигрышную стратегию**, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 12$ ? Опишите эту стратегию.
2. Укажите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём Петя не может выиграть за один ход, но Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для каждого из указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, однако у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть 1-м ходом. Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте в виде рисунка или таблицы дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани. На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах — количество камней в позиции.