

Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может (1) добавить в кучу один камень или (2) увеличить количество камней в куче в два раза или (3) увеличить количество камней в куче в три раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 30 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 36. Если при этом в куче оказалось не более 60 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. Например, если в куче было 30 камней и Паша утроит количество камней в куче, то игра закончится и победителем будет Валя. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 35$ .

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока – значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Паша может выиграть в один ход? Укажите все такие значения и соответствующие ходы Паши.

б) У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 31, 32, 33, 34$ ? Опишите выигрышные стратегии для этих случаев.

2. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 11$ ? Опишите соответствующие выигрышные стратегии.

3. У кого из игроков есть выигрышная стратегия при  $S = 10$ ? Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах – количество камней в позиции.