

Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу 1 камень или удвоить количество камней в куче. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 14 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче S становится не менее 22. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, если в куче осталось не менее 22 камней, но не больше 34 камней. Если же после завершающего хода игрока в куче оказывается больше 34 камней, то игрок, сделавший последний ход — проигрывает.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

- 1) а) При каких значениях Паша выиграет 1 ходом. б) Кто выиграет при $S=20, 19, 18$.
- 2) Кто выиграет при $S=10, 9$.
- 3) Кто выиграет при $S=8$. Нарисуйте дерево партий.