

Два игрока, Паша и Валя, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Паша. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра заканчивается, когда в куче не меньше 42 камней.

При этом, если число камней в куче не превышает 74, то побеждает игрок, сделавший последний ход, иначе выигрывает его оппонент. В начальный момент в куче было S камней; $1 \leq S \leq 41$.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

Задание 1

а) Укажите все такие значения числа S , при которых Паша может выиграть в один ход. Опишите его стратегию.

б) У кого есть выигрышная стратегия при $S = 38, 39, 40$?

Задание 2

Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при $S = 19, 20$?

Задание 3

Кто из игроков имеет выигрышную стратегию при $S = 18$?

В каждом случае опишите выигрышную стратегию. В задании 3 постройте дерево игры или таблицу, где ребрами являются сделанные ходы, а узлами - позиции камней.