

**Частота встречаемости характеристики одного числа**

1. В телевизионном танцевальном марафоне с определением победителя с помощью телезрителей после каждого тура объявляется sms-голосование, в котором зрители указывают наиболее понравившуюся им пару из максимум 16 пар, которые участвуют в проекте. Вам предлагается написать программу, которая будет обрабатывать результаты sms-голосования по данному вопросу. Результаты голосования получены в виде номеров пар (каждый элемент списка соответствует одному sms-сообщению).

Вам предлагается два задания с похожими условиями: задание А и задание Б. Вы можете решать оба задания или одно из них по своему выбору. Задание Б более сложное, его решение оценивается выше. Итоговая оценка выставляется как максимальная из оценок за задания А и Б.

Задание А. Имеется набор данных, состоящий из 15 чисел.

Напишите программу для решения такой задачи. В этом варианте задания оценивается только правильность программы, время работы и размер использованной памяти не имеют значения.

Максимальная оценка за правильную программу – 2 балла.

Задание Б. Имеется набор данных, состоящий из целых чисел. Набор может быть очень большим.

Напишите программу для решения этой задачи.

Постарайтесь сделать программу эффективной по времени и используемой памяти (или хотя бы по одной из этих характеристик).

Программа считается эффективной по времени, если время работы программы пропорционально количеству пар чисел  $N$ , т. е. при увеличении  $N$  в  $k$  раз время работы программы должно увеличиваться не более чем в  $k$  раз.

Программа считается эффективной по памяти, если размер памяти, использованной в программе для хранения данных, не зависит от числа  $N$  и не превышает 1 килобайта.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени и памяти, — 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени, но неэффективную по памяти, — 3 балла.

Следует учитывать, что количество голосов в списке может быть очень велико. Перед текстом программы кратко опишите используемый Вами алгоритм решения задачи. На вход программе в первой строке подаётся количество пришедших sms-сообщений  $N$ . В каждой из последующих  $N$  строк записан номер пары от 1 до 16. *Пример входных данных:*

```
4
2
16
3
2
```

Программа должна вывести список всех пар, встречающихся в списке, в порядке убывания (невозрастания) количества голосов, отданных за ту или иную пару, с указанием количества отданных за неё голосов. При этом каждая пара должна быть выведена ровно один раз вне зависимости от того, сколько раз она встречается в списке. *Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:*

```
2 2
3 1
16 1
```

2. Дед Мороз и Снегурочка приходят на детские утренники с мешком конфет. Дед Мороз делит конфеты поровну между всеми присутствующими детьми (детей на утреннике никогда не бывает больше 100), а оставшиеся конфеты отдает Снегурочке. Снегурочка каждый раз записывает в блокнот количество полученных конфет. Если конфеты разделились между всеми детьми без остатка, Снегурочка ничего не получает и ничего не записывает. Когда утренники закончились, Деду Морозу стало интересно, какое число чаще всего записывала Снегурочка. Дед Мороз и Снегурочка — волшебные, поэтому число утренников  $N$ , на которых они побывали, может быть очень большим. Напишите программу, которая будет решать эту задачу. Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения задачи и укажите используемый язык программирования и его версию.

Вам предлагается два задания с похожими условиями: задание А и задание Б. Вы можете решать оба задания или одно из них по своему выбору. Задание Б более сложное, его решение оценивается выше. Итоговая оценка выставляется как максимальная из оценок за задания А и Б.

Задание А. Имеется набор чисел, состоящий из 10 пар положительных целых чисел. В этом варианте задания оценивается только правильность программы, время работы и размер использованной памяти не имеют значения.

Максимальная оценка за правильную программу – 2 балла.

Задание Б. Имеется набор данных, состоящий из пар положительных целых чисел. Постарайтесь сделать программу эффективной по времени и используемой памяти (или хотя бы по одной из этих характеристик).

Программа считается эффективной по времени, если время работы программы пропорционально количеству пар чисел  $N$ , т. е. при увеличении  $N$  в  $k$  раз время работы программы должно увеличиваться не более чем в  $k$  раз.

Программа считается эффективной по памяти, если размер памяти, использованной в программе для хранения данных, не зависит от числа  $N$  и не превышает 1 килобайта.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени и памяти, — 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную по времени, но неэффективную по памяти, — 3 балла.

#### Описание входных данных

В первой строке вводится одно целое положительное число — количество утренников  $N$ . Каждая из следующих  $N$  строк содержит два целых числа: сначала  $D$  — количество пришедших на очередной утренник детей, а затем  $K$  — количество конфет в мешке Деда Мороза на этом утреннике. Гарантируется выполнение следующих соотношений:

$$1 \leq N \leq 10000$$

$$1 \leq D \leq 100 \text{ (для каждого } D)$$

$$D \leq K \leq 1000 \text{ (для каждой пары } D, K)$$

#### Описание выходных данных

Программа должна вывести одно число — то, которое Снегурочка записывала чаще всего. Если несколько чисел записывались одинаково часто, надо вывести большее из них. Если Снегурочка ни разу ничего не записывала, надо вывести ноль.

*Пример входных данных:*

```
7
10 58
15 315
20 408
100 1000
32 63
```

32 63

11 121

*Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:*

31

3. Дан набор из  $N$  неотрицательных целых чисел, меньших 1000. Для каждого числа вычисляется сумма цифр его десятичной записи. Необходимо определить, какая сумма цифр чаще всего встречается у чисел этого набора. Если таких сумм несколько, нужно вывести наименьшую из них. Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи. Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел  $N$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз. Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает одного килобайта и не увеличивается с ростом  $N$ .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и по памяти, — 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени или только по памяти, — 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, — 2 балла.

Вы можете сдать одну или две программы решения задачи. Если Вы сдадите две программы, каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет большая из двух оценок. Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию.

Описание входных и выходных данных:

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 10\,000$ ). В каждой из последующих  $N$  строк записано одно неотрицательное число, меньшее 1000.

*Пример входных данных:*

```
5
4
15
24
18
31
```

*Пример выходных данных для приведённого примера входных данных:*

4

У чисел заданного набора чаще всего — по 2 раза — встречаются суммы 4 и 6, в ответе выводится меньшая из них.

4. Дан набор из  $N$  неотрицательных целых чисел, меньших 1000. Для каждого числа вычисляется сумма цифр его десятичной записи. Необходимо определить, какая сумма цифр реже всего встречается у чисел этого набора. Если таких сумм несколько, нужно вывести наибольшую из них. Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи. Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел  $N$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз. Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает одного килобайта и не увеличивается с ростом  $N$ .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и по памяти, — 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени или только по памяти, — 3 балла. Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, — 2 балла.

Вы можете сдать одну или две программы решения задачи. Если Вы сдадите две программы, каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет большая из двух оценок. Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию.

Описание входных и выходных данных В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 10\,000$ ). В каждой из последующих  $N$  строк записано одно неотрицательное число, меньшее 1000.

*Пример входных данных:*

5  
4  
15  
24  
18  
60

*Пример выходных данных для приведённого примера входных данных:*

9

У чисел заданного набора реже всего — по одному разу — встречаются суммы 4 и 9, в ответе выводится большая из них.

5. Дан набор из  $N$  целых положительных чисел. Необходимо определить, какая цифра чаще всего встречается в десятичной записи чисел этого набора. Если таких цифр несколько, необходимо вывести их все в порядке убывания — от большей к меньшей.

Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи.

Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел  $N$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз. Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает одного килобайта и не увеличивается с ростом  $N$ .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и по памяти, — 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени или только по памяти, — 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, — 2 балла.

Вы можете сдать одну или две программы решения задачи. Если Вы сдадите две программы, каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет большая из двух оценок.

Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию. Описание входных и выходных данных В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ). В каждой из последующих  $N$  строк записано одно натуральное число, не превышающее 10 000.

*Пример входных данных:*

3  
15  
25  
32

*Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:*

5 2

В десятичной записи чисел заданного набора чаще всего — по 2 раза — встречаются цифры 2 и 5, в ответе они выведены в порядке убывания.

6. Дан набор из  $N$  целых положительных чисел. Необходимо определить, какая цифра чаще всего встречается в десятичной записи чисел этого набора. Если таких цифр несколько, необходимо вывести наибольшую из них.

Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи.

Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел  $N$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз.

Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает одного килобайта и не увеличивается с ростом  $N$ .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и по памяти, — 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени или только по памяти, — 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, — 2 балла.

Вы можете сдать одну или две программы решения задачи. Если Вы сдадите две программы, каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет большая из двух оценок.

Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию.

Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ).

В каждой из последующих  $N$  строк записано одно натуральное число, не превышающее 10 000.

*Пример входных данных:*

3  
15  
25  
32

*Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:*

5

В десятичной записи чисел заданного набора чаще всего — по 2 раза — встречаются цифры 2 и 5, большая из них — 5.

7. Назовём длиной числа количество цифр в его десятичной записи. Например, длина числа 2017 равна 4, а длина числа 7 равна 1. Дан набор из  $N$  целых положительных чисел, каждое из которых меньше  $10^8$ . Необходимо определить, числа какой длины чаще всего встречаются в данном наборе и сколько в нём чисел этой длины. Если числа разной длины встречаются одинаково часто (и чаще чем числа любой другой длины), нужно выбрать большую длину. Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи.

Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел  $N$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз. Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает 1 килобайта и не увеличивается с ростом  $N$ .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и по памяти, — 4 балла. Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени или только по памяти, — 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, — 2 балла.

Вы можете сдать одну или две программы решения задачи. Если Вы сдадите две программы, каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет большая из двух оценок. Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию.

**Описание входных и выходных данных**

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ). В каждой из последующих  $N$  строк записано одно натуральное число, меньшее, чем  $10^8$ . Пример входных данных:

5  
15  
417  
125  
32  
4801

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

3 2

В данном наборе чаще всего (по 2 раза) встречаются числа длины 2 и 3. Выбираем большую длину, выводим саму длину (3) и количество чисел этой длины (2).

8. Назовём длиной числа количество цифр в его десятичной записи. Например, длина числа 2017 равна 4, а длина числа 7 равна 1.

Дан набор из  $N$  целых положительных чисел, каждое из которых меньше  $10^8$ . Необходимо определить, числа какой длины реже всего (но не менее одного раза) встречаются в данном наборе и сколько в нём чисел этой длины. Если числа разной длины встречаются одинаково часто (и реже, чем числа любой другой длины), нужно выбрать меньшую длину. Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи.

Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел  $N$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз.

Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает 1 килобайта и не увеличивается с ростом  $N$ . Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и по памяти, — 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени или только по памяти, — 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, — 2 балла.

Вы можете сдать одну или две программы решения задачи. Если Вы сдадите две программы, каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет большая из двух оценок.

Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию.

#### Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ).

В каждой из последующих  $N$  строк записано одно натуральное число, меньшее, чем  $10^8$ .

Пример входных данных:

5  
12  
417  
125  
327  
4801

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

2 1

В данном наборе реже всего (по 1 разу) встречаются числа длины 2 и 4.

Выбираем меньшую длину, выводим саму длину (2) и количество чисел этой длины (1).

9. Дан набор из  $N$  целых положительных чисел. Для каждого числа вычисляется сумма двух последних цифр в его десятичной записи (для однозначных чисел предпоследняя цифра считается равной нулю). Необходимо определить, какая сумма при этом получается чаще всего. Если таких сумм несколько, необходимо вывести **наибольшую** из них.

Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи.

Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел  $N$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз.

Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает 1 Кбайт и не увеличивается с ростом  $N$ .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и по памяти, — 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени или только по памяти, — 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, — 2 балла.

Вы можете сдать **одну** или **две** программы решения задачи. Если Вы сдадите две программы, каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет большая из двух оценок. Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию.

#### Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ).

В каждой из последующих  $N$  строк записано одно натуральное число, не превышающее 10000.

Пример входных данных:

5  
15  
417  
123  
6  
4841

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

6

Суммы двух последних цифр для чисел из данного набора равны 6, 8, 5, 6, 5.

Чаще других (по два раза) встречаются 6 и 5, в ответе выводится большая из этих сумм.

10. Дан набор из  $N$  целых положительных чисел. Для каждого числа вычисляется сумма двух последних цифр в его десятичной записи (для однозначных чисел предпоследняя цифра считается равной нулю). Необходимо определить, какая сумма при этом получается реже всего (но не менее одного раза). Если таких сумм несколько, необходимо вывести наименьшую из них.

Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи.

Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел  $N$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз.

Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает 1 Кбайт и не увеличивается с ростом  $N$ .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и по памяти, – 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени или только по памяти, – 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, – 2 балла.

Вы можете сдать одну или две программы решения задачи. Если Вы сдадите две программы, каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет большая из двух оценок.

Перед текстом программы кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию.

#### Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ).

В каждой из последующих  $N$  строк записано одно натуральное число, не превышающее 10000.

*Пример входных данных:*

```
5
14
417
123
3
4841
```

*Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:*

```
3
```

Суммы двух последних цифр для чисел из данного набора равны 5, 8, 5, 3, 5.

Реже других (по одному разу) встречаются 8 и 3, в ответе выводится меньшая из этих сумм.