

## Вариант № 4433622

1.

Сколько нулей в двоичной записи десятичного числа 1020?

2.

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  $(\neg x \equiv z) \rightarrow (y \equiv (w \vee x))$ .

Дан частично заполненный фрагмент, содержащий неповторяющиеся строки таблицы истинности функции  $F$ .

Определите, какому столбцу таблицы истинности соответствует каждая из переменных  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $w$ .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Переменная 4	Функция
???	???	???	???	$F$
0	0			0
0			0	0
0		0	0	0

В ответе напишите буквы  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $w$  в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу; затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

Пример. Пусть задано выражение  $x \rightarrow y$ , зависящее от двух переменных  $x$  и  $y$ , и фрагмент таблицы истинности:

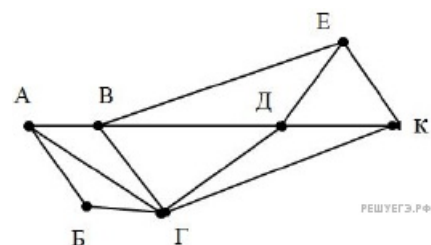
Переменная 1	Переменная 1	Функция
???	???	$F$
0	1	0

Тогда первому столбцу соответствует переменная  $y$ , а второму столбцу соответствует переменная  $x$ . В ответе нужно написать:  $yx$ .

3.

На рисунке схема дорог Н-ского района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длинах этих дорог (в километрах).

	П1	П2	П3	П4	П5	П6	П7
П1		59		22		27	
П2	59		24	44	10		21
П3		24			25		9
П4	22	44				8	32
П5		10	25				
П6	27			8			11
П7		21	9	32		11	



Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину дороги из пункта Г в пункт К. В ответе запишите целое число.

4.

Во фрагменте базы данных представлены сведения о родственных отношениях. На основании приведённых данных определите идентификационный номер (ID) родной сестры Решко В.А.

Таблица 1			Таблица 2	
ID	Фамилия_И.О.	Пол	ID_Родителя	ID_Ребенка
2272	Диковец А.Б.	Ж	2227	2272
2228	Диковец Б.Ф.	М	2227	2299
2299	Диковец И.Б.	М	2228	2272
2378	Диковец П.И.	М	2228	2299
2356	Диковец Т.И.	Ж	2272	2240
2265	Тесла А.И.	Ж	2272	1202
2331	Тесла А.П.	М	2272	1217
2261	Тесла Л.А.	Ж	2299	2356
1217	Тесла П.А.	М	2299	2378
1202	Ландау М.А.	Ж	2322	2356
2227	Решко Д.А.	Ж	2322	2378
2240	Решко В.А.	Ж	2331	2240
2246	Месяц К.Г.	М	2331	1202
2387	Лукина Р.Г.	Ж	2331	1217
2293	Фокс П.А.	Ж	2387	2261
2322	Друк Г.Р.	Ж	2387	2293
...	...	...	...	...

5.

Для кодирования некоторой последовательности, состоящей из букв А, Б, В, Г, Д, Е, решили использовать неравномерный двоичный код, удовлетворяющий условию Фано. Для буквы А использовали кодовое слово 0; для буквы Б – кодовое слово 10. Какова наименьшая возможная сумма длин всех шести кодовых слов?

Примечание. Условие Фано означает, что никакое кодовое слово не является началом другого кодового слова. Это обеспечивает возможность однозначной расшифровки закодированных сообщений.

6.

У исполнителя Калькулятор две команды, которым присвоены номера:

1. прибавь 3,
2. умножь на 4.

Выполняя первую из них, Калькулятор прибавляет к числу на экране 3, а выполняя вторую, умножает его на 4. Запишите порядок команд в программе, которая преобразует число 4 в число 37 и содержит не более 5 команд. Указывайте лишь номера команд. (Например, программа 21211 — это программа умножь на 4, прибавь 3, умножь на 4, прибавь 3, прибавь 3. Эта программа преобразует число 2 в число 50.)

7.

Дан фрагмент электронной таблицы.

	A	B	C
1		3	2
2	=A1-C1	=4*C1-A1	=3*(B1+C1)/A1



Какое целое число должно быть записано в ячейке A1, чтобы диаграмма, построенная после выполнения вычислений по значениям диапазона ячеек A2:C2, соответствовала рисунку? Значения во всех ячейках диапазона A1:C2 одного знака.

8.

Определите, что будет напечатано в результате выполнения программы (записанной ниже на разных языках программирования):

Бейсик	Паскаль
<pre>DIM N, S AS INTEGER N = 1 S = 0 WHILE S &lt;= 1024   S = S + 256   N = N * 2 WEND PRINT N</pre>	<pre>var n, s: integer; begin   n := 1;   s := 0;   while s &lt;= 1024 do     begin       s := s + 256;       n := n * 2;     end;   write(n) end.</pre>
Си++	Алгоритмический язык
<pre>#include &lt;iostream&gt; using namespace std; int main() {   int n, s;   n = 1;   s = 0;   while (s &lt;= 1024)   {     s = s + 256;     n = n * 2;   }   cout &lt;&lt; n &lt;&lt; endl; }</pre>	<pre>алг нач цел n, s n := 1 s := 0 нц пока s &lt;= 1024   s := s + 256   n := n * 2 кц вывод n кон</pre>
Python	
<pre>n = 1 s = 0 while s &lt;= 1024   s += 256   n *= 2 print(n)</pre>	

9.

Автоматическая фотокамера производит растровые изображения размером 600 на 400 пикселей. При этом объём файла с изображением не может превышать 120 Кбайт, упаковка данных не производится. Какое максимальное количество цветов можно использовать в палитре?

10.

Алексей составляет таблицу кодовых слов для передачи сообщений, каждому сообщению соответствует своё кодовое слово. В качестве кодовых слов Алексей использует 5-буквенные слова, в которых есть только буквы А, В, С, Х, причём буква Х может появиться только на последнем месте или не появиться вовсе. Сколько различных кодовых слов может использовать Алексей?

11.

Ниже на пяти языках программирования записан рекурсивный алгоритм  $F$ .

Бейсик	Python
<pre>DECLARE SUB F(n) SUB F(n)   IF n &gt; 0 THEN     PRINT n     F(n - 3)     F(n \ 3)   END IF END SUB</pre>	<pre>def F(n):   if n &gt; 0:     print(n)     F(n - 3)     F(n // 3)</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>procedure F(n: integer); begin   if n &gt; 0 then begin     writeln(n);     F(n - 3);     F(n div 3)   end end;</pre>	<pre>алг F(цел n) нач   если n &gt; 0 то     вывод n, нс     F(n - 3)     F(div(n, 3))   все кон</pre>
Си++	
<pre>void F(int n) {   if (n &gt; 0) {     std: :cout &lt;&lt; n;     F(n - 3);     F(n / 3);   } }</pre>	

Запишите подряд без пробелов и разделителей все числа, которые будут напечатаны на экране при выполнении вызова  $F(9)$ . Числа должны быть записаны в том же порядке, в котором они выводятся на экран.

12.

В терминологии сетей TCP/IP маской сети называется двоичное число, определяющее, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая — к адресу самого узла в этой сети. При этом в двоичном представлении маски сначала (в старших разрядах) стоят единицы, а затем с некоторого разряда — нули. Обычно маска записывается по тем же правилам, что и IP-адрес, — в виде четырёх байтов, причём каждый байт записывается в виде десятичного числа. Адрес сети получается в результате применения поразрядной конъюнкции к IP-адресу узла и маске.

Например, если IP-адрес узла равен 231.32.255.131, а маска равна 255.255.240.0, то адрес сети равен 231.32.240.0.

Для узла с IP-адресом 195.227.196.12 адрес сети равен 195.227.192.0. Чему равно наибольшее возможное значение третьего слева байта маски? Ответ запишите в виде десятичного числа.

13.

В велокроссе участвуют 96 спортсменов. Специальное устройство регистрирует прохождение каждым из участников промежуточного финиша, записывая его номер с использованием минимально возможного количества бит, одинакового для каждого спортсмена. Какой объём памяти будет использован устройством, когда промежуточный финиш прошли 90 велосипедистов? (Ответ дайте в битах.)

14.

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразует её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

А) заменить ( $v, w$ ).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ . Например, выполнение команды

заменить (111, 27)

преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки  $v$ , то выполнение команды заменить ( $v, w$ ) не меняет эту строку.

Б) нашлось ( $v$ ).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Строка исполнителя при этом не изменяется.

Цикл

ПОКА условие

    последовательность команд

КОНЕЦ ПОКА

выполняется, пока условие истинно.

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 77 единиц?

НАЧАЛО

    ПОКА нашлось (11111)

        заменить (222, 1)

        заменить (111, 2)

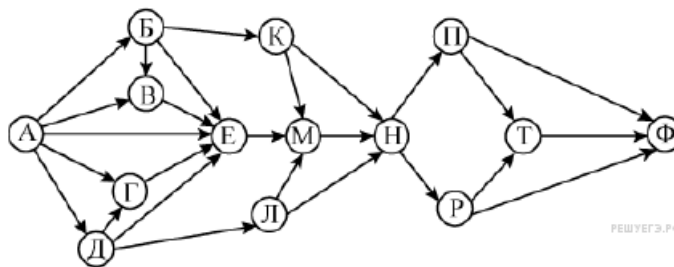
    КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

15.

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, К, Л, М, Н, П, Р, Т, Ф. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой.

Сколько существует различных путей из города А в город Ф?



16.

Запись числа  $65_8$  в некоторой системе счисления выглядит так:  $311_q$ . Найдите основание системы счисления  $q$ .

17.

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для логической операции «И» – символ «&».

В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

Запрос	Найдено страниц (в тысячах)
Пекин & (Москва   Токио)	338
Пекин & Москва	204
Пекин & Москва & Токио	50

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу *Пекин & Токио*?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, содержащих все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

18.

Для какого наименьшего целого неотрицательного числа  $A$  выражение

$$(y+2x < A) \vee (x > 30) \vee (y > 20)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных  $x$  и  $y$ ?

19.

Значения двух массивов  $A[1..100]$  и  $B[1..100]$  задаются с помощью следующего фрагмента программы:

Бейсик	Python
<pre>FOR n = 1 TO 100   A(n) = n - 10 NEXT n FOR n = 1 TO 100   B(n) = A(n)*n; NEXT n</pre>	<pre>for n in range(1, 101):   A[n] = n - 10 for n in range(1, 101):   B[n] = A[n]*n</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>for n := 1 to 100   do A[n] := n - 10; for n := 1 to 100 do begin   B[n]:= A[n]*n; end;</pre>	<pre>нц для n от 1 до 100   A[n] := n - 10 кц нц для n от 1 до 100   B[n]:=A[n]*n кц</pre>
Си++	
<pre>for (n = 1; n &lt;= 100; n++) {   A[n] = n - 10; } for (n = 1; n &lt;= 100; n++) {   B[n] = A[n]*n; }</pre>	

Сколько элементов массива  $B$  будут иметь положительные значения?

**Примечание.** Нуль является ни положительным, ни отрицательным числом.

20.

Ниже записана программа. Получив на вход число  $x$ , эта программа печатает два числа,  $L$  и  $M$ . Укажите наибольшее из таких чисел  $x$ , при вводе которых алгоритм печатает сначала 3, а потом 8.

Бейсик	Python
<pre>DIM X, L, M AS INTEGER INPUT X L = 0 M = 0 WHILE X &gt; 0 L = L + 1 IF M &lt; x AND x mod 2</pre>	<pre>x = int(input()) L = 0 M = 0 while x &gt; 0:   L = L + 1   if M &lt; x and x % 2</pre>

<pre>= 0 THEN   M = x mod 10 ENDIF x = x \ 10 PRINT L PRINT M</pre>	<pre>== 0:   M = x % 10   x = x // 10 print(L) print(M)</pre>
<b>Паскаль</b>	<b>Алгоритмический язык</b>
<pre>var x, L, M: integer; begin   readln(x);   L := 0;   M := 0;   while x &gt; 0 do   begin     L := L + 1;     if (M &lt; x) and (x mod 2 = 0) then       M:=x mod 10;       x := x div 10;     end;     writeln(L);     writeln(M);   end.</pre>	<pre>алг нач   цел x, L, M   ввод x   L := 0   M := 0   нц пока x &gt; 0     L := L + 1     если M &lt; x и mod(x,2) = 0 то       M := mod(x,10)     все     x := div(x,10)   кц   вывод L, нс, M кон</pre>
<b>Си++</b>	
<pre>#include &lt;iostream&gt; using namespace std; int main() {   int x, L, M;   cin &gt;&gt; x;   L = 0;   M = 0;   while (x &gt; 0){     L = L + 1;     if(M &lt; x and x % 2 == 0){       M = x % 10;     }     x = x / 10;   }   cout &lt;&lt; L &lt;&lt; endl &lt;&lt; M endl; }</pre>	



21.

Определите, какое число будет напечатано в результате выполнения следующего алгоритма:

Бейсик	Паскаль
<pre> DIM A, B, T, M, R AS INTEGER A = -10: B = 10 M = A: R = F(A) FOR T = A TO B   IF F(T) &lt; R THEN     M = T     R = F(T)   END IF NEXT T PRINT R FUNCTION F(x)   F = x*x+2*x+10 END FUNCTION </pre>	<pre> var a,b,t,M,R: integer; Function F(x:integer): integer; begin   F := x*x+2*x+10 end; begin a := -10; b := 10; M := a; R := F(a); for t := a to b do begin   if (F(t) &lt; R) then begin     M := t;     R := F(t)   end end; write(R) end. </pre>
Си++	Алгоритмический
<pre> #include &lt;iostream&gt; using namespace std; int F(int x) { return x*x+2*x+10; } int main() { int a, b, t, M, R; a = -10; b = 10; M = a; R = F(a); for (t = a; t &lt;= b; t++) { if (F(t) &lt; R) { M = t; R = F(t); } } cout &lt;&lt; R &lt;&lt; endl; } </pre>	<pre> алг нач цел a, b, t, M, R a := -10; b := 10 M := a; R := F(a) нц для t от a до b если F(t) &lt; R то M := t; R := F(t) все кц вывод R кон алг цел F(цел x) нач знач := x*x+2*x+10 кон </pre>
Python	
<pre> def f(x): return x*x+2*x+10 a = -10 b = 10 M = a R = F(a) for t in range(a, b+1): if (f(t) &lt; R): M = t R = f(t); print(R) </pre>	

22.

Исполнитель Тренер преобразует число на экране.

У исполнителя есть две команды, которым присвоены номера:

1. Прибавить 1

2. Умножить на 2

Первая команда увеличивает число на экране на 1, вторая умножает его на 2. Программа для исполнителя Тренер — это последовательность команд.

Сколько существует программ, которые преобразуют исходное число 1 в число 40 и при этом траектория вычислений содержит числа 12 и 25?

Траектория должна содержать оба указанных числа. Траектория вычислений — это последовательность результатов выполнения всех команд программы. Например, для программы 212 при исходном числе 7 траектория будет состоять из чисел 14, 15, 30.

23.

Сколько существует различных наборов значений логических переменных  $x_1, x_2, \dots, x_{11}$ , которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$\neg(x_1 \equiv x_2) \wedge ((x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_1 \wedge x_3)) = 0$$

$$\neg(x_2 \equiv x_3) \wedge ((x_2 \wedge \neg x_4) \vee (\neg x_2 \wedge x_4)) = 0$$

...

$$\neg(x_9 \equiv x_{10}) \wedge ((x_9 \wedge \neg x_{11}) \vee (\neg x_9 \wedge x_{11})) = 0$$

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы значений переменных  $x_1, x_2, \dots, x_{11}$  при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

24.

Ученик написал программу, определяющую, какой степенью числа 4 является введенное. Например, для 16 это 2, так как  $4^2 = 16$ . Если же такой степени нет, то необходимо вывести сообщение "Не существует". К сожалению, ученик написал программу неверно.

Бейсик	Python
<pre>DIM N, K AS INTEGER INPUT N K = 0 WHILE K MOD 4 = 0   N = N \ 4   K = K + 1 WEND IF N &lt;= 4 THEN   PRINT K ELSE   PRINT "Не существует" END IF END</pre>	<pre>n = int(input()) k = 0 while k%4 == 0:   n = n // 4   k = k + 1 if n &lt;= 4:   print(k) else:   print("Не существует")</pre>
Паскаль	Алгоритмический язык
<pre>var n, k: integer; begin   read(n);   k := 0;   while k mod 4 = 0 do begin</pre>	<pre>алг нач   цел n, k   ввод n   k := 0</pre>

<pre>n := n div 4; k := k + 1; end; if n &lt;= 4 then   writeln(k) else   writeln("Не существует") end.</pre>	<pre>нц пока mod(k, 4)=0   n := div(n,4)   k := k + 1 кц если n &lt;= 4   то вывод k   иначе вывод "Не существует" все кон</pre>
<b>Си++</b>	
<pre>#include &lt;iostream&gt; using namespace std; int main(){   int n, k;   cin &gt;&gt; n;   k = 0;   while (k%4 == 0) {     n = n / 4;     k = k + 1;   }   if (n &lt;= 4)     cout &lt;&lt; k &lt;&lt; endl;   else     cout &lt;&lt; "Не существует";   return 0; }</pre>	

Последовательно выполните следующее.

1. Что выдаст программа при вводе числа 64?
2. При вводе какого числа программа выдаст верный ответ? Укажите этот ответ.
3. Исправьте программу. Запишите ошибочную строку, затем исправленный вариант.

Помните, что нужно исправить имеющуюся программу, а не писать свою, хоть и с лучшим алгоритмом.

25.

Дан целочисленный массив из 30 элементов. Элементы массива могут принимать целые значения от 0 до 10000 включительно. Опишите на естественном языке или на одном из языков программирования алгоритм, позволяющий найти и вывести произведение двузначных элементов массива, с суммой цифр не кратной 6. Гарантируется, что в исходном массиве есть хотя бы один элемент, значение которого является двузначным числом, и при этом сумма его цифр не делится на 6. Исходные данные объявлены так, как показано ниже на примерах для некоторых языков программирования и естественного языка. Запрещается использовать переменные, не описанные ниже, но разрешается не использовать некоторые из описанных переменных. Исходные данные всегда подобраны так, что результат произведения не выходит за пределы объявленных типов данных.

Бейсик	Паскаль
<pre>N = 30 DIM A(N) AS LONG DIM I, J, P AS LONG</pre>	<pre>const N = 30; var a: array [1..N] of longint;</pre>

FOR I = 1 TO N INPUT A(I) NEXT I ... END	i, j, p: longint; begin for i := 1 to N do readln(a[i]); ... end.
<b>Си++</b>	<b>Алгоритмический язык</b>
#include <iostream> using namespace std; #define N 30 int main() { long a[N]; long i, j, p; for (i = 0; i<N; i++) cin >> a[i]; ... }	алг нач цел N = 30 целтаб a[1:N] цел i, j, p нц для i от 1 до N ввод a[i] кц ... кон
<b>Естественный язык</b>	
Объявляем массив A из 30 элементов. Объявляем целочисленные переменные I, J, P. В цикле от 1 до 30 вводим элементы массива A с 1-го по 30-й....	
<b>Python</b>	
# допускается также # использовать две # целочисленные переменные j, p a = [] n = 30 for i in range(0, n): a.append(int(input())) ...	

В качестве ответа Вам необходимо привести фрагмент программы (или описание алгоритма на естественном языке), который должен находиться на месте многоточия. Вы можете записать решение также на другом языке программирования (укажите название и используемую версию языка программирования, например Free Pascal 2.4) или в виде блок-схемы. В этом случае Вы должны использовать те же самые исходные данные и переменные, какие были предложены в условии (например, в образце, записанном на естественном языке).

26.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу один камень или возвести количество камней в квадрат. Например, имея кучу из 7 камней, за один ход можно получить кучу из 8 или 49 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится 100 или более. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 100 или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 99$ .

Говорят, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока - значит, описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

1. а) При каких значениях числа  $S$  Петя может выиграть первым ходом? Укажите все такие значения и выигрывающий ход Пети.

б) Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом. Опишите выигрышную стратегию Вани.

2. Укажите два значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причем (а) Петя не может выиграть первым ходом, но (б) Петя может выиграть своим вторым ходом, независимо от того, как будет ходить Ваня.

Для указанных значений  $S$  опишите выигрышную стратегию Пети.

3. Укажите такое значение  $S$ , при котором

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети, и при этом

- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения  $S$  опишите выигрышную стратегию Вани. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Вани (в виде рисунка или таблицы). На рёбрах дерева указывайте, кто делает ход, в узлах - количество камней в позиции.

27.

На вход программы поступает последовательность из  $N$  целых положительных чисел, все числа в последовательности различны. Рассматриваются все пары различных элементов последовательности (элементы пары не обязаны стоять в последовательности рядом, порядок элементов в паре не важен). Необходимо определить количество пар, для которых произведение элементов не делится на 34.

**Описание входных и выходных данных**

В первой строке входных данных задаётся количество чисел  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ). В каждой из последующих  $N$  строк записано одно целое положительное число, не превышающее 10 000. В качестве результата программа должна напечатать одно число: количество пар, в которых произведение элементов не кратно 34.

*Пример входных данных:*

5  
3  
4  
10  
11  
17

*Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:*

8

*Пояснение.* Из шести заданных чисел можно составить 10 попарных произведений:  $3 \cdot 4$ ,  $3 \cdot 10$ ,  $3 \cdot 11$ ,  $3 \cdot 17$ ,  $4 \cdot 10$ ,  $4 \cdot 11$ ,  $4 \cdot 17$ ,  $10 \cdot 11$ ,  $10 \cdot 17$ ,  $11 \cdot 17$  (результаты: 12, 30, 33, 51, 40, 44, 68, 110, 170, 187). Из них на 34 не делятся 8 произведения ( $3 \cdot 4 = 12$ ,  $3 \cdot 10 = 30$ ,  $3 \cdot 11 = 33$ ,  $3 \cdot 17 = 51$ ,  $4 \cdot 10 = 40$ ,  $4 \cdot 11 = 44$ ,  $10 \cdot 11 = 110$ ,  $11 \cdot 17 = 187$ ).

Требуется написать эффективную по времени и по памяти программу для решения описанной задачи.

Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел  $N$  в  $k$  раз время работы программы увеличивается не более чем в  $k$  раз.

Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения всех переменных программы, не превышает 1 Кбайт и не увеличивается с ростом  $N$ .

Максимальная оценка за правильную (не содержащую синтаксических ошибок и дающую правильный ответ при любых допустимых входных данных) программу, эффективную по времени и по памяти, — 4 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, эффективную только по времени — 3 балла.

Максимальная оценка за правильную программу, не удовлетворяющую требованиям эффективности, — 2 балла.

Вы можете сдать одну программу или две программы решения задачи (например, одна из программ может быть менее эффективна). Если Вы сдадите две программы, то каждая из них будет оцениваться независимо от другой, итоговой станет бóльшая из двух оценок.

Перед текстом программы обязательно кратко опишите алгоритм решения. Укажите использованный язык программирования и его версию.