

Задания

Задание 23 № 7768

Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?

$$\begin{aligned} (x_1 \vee x_2) \wedge ((x_1 \wedge x_2) \rightarrow x_3) \wedge \neg(x_1 \wedge y_1) &= 1 \\ (x_2 \vee x_3) \wedge ((x_2 \wedge x_3) \rightarrow x_4) \wedge \neg(x_2 \wedge y_2) &= 1 \\ \dots \\ (x_5 \vee x_6) \wedge ((x_5 \wedge x_6) \rightarrow x_7) \wedge \neg(x_5 \wedge y_5) &= 1 \\ (x_6 \vee x_7) \wedge \neg(x_6 \wedge y_6) &= 1 \\ x_7 \wedge y_7 &= 0 \end{aligned}$$

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, при которых выполнена данная система равенств. В качестве ответа Вам нужно указать количество таких наборов.

Решение.

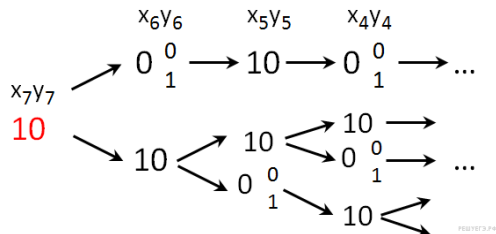
Из последнего уравнения находим, что возможны варианты значений x_7 и y_7 : 10, 01, 00 . Построим дерево вариантов для каждого из вариантов значений x_7 и y_7 . Для пары значений 00:

$$\begin{array}{ccccccccc} x_7 y_7 & x_6 y_6 & x_5 y_5 & x_4 y_4 & & x_1 y_1 \\ 00 & \rightarrow 10 & \rightarrow 0 \begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix} & \rightarrow 10 & \rightarrow \dots & \rightarrow 0 \begin{smallmatrix} 0 \\ 1 \end{smallmatrix} \end{array}$$

Переменная y принимает значение 1 или 0 в точках y_5, y_3, y_1 . Поэтому количество различных наборов переменных $x_1, x_2, \dots, x_7, y_1, y_2, \dots, y_7$, удовлетворяющих системе равно $2^3 = 8$.

Для пары значений 01 дерево решений аналогичное, поскольку y_7 входит только в одно уравнение. Следовательно, также имеем восемь наборов решений.

Дерево вариантов для пары значений 10:



В первой ветке имеем восемь наборов решений. В первой «подветке» второй ветки (10 → 10 → ...) имеем 7 наборов решений. Во второй «подветке» второй ветки (10 → 00/01 → ...) имеем 14 наборов решений.

Всего имеем $8 + 8 + 8 + 21 = 45$ наборов решений.

Ответ: 45.